Б. Н. РОДИОНОВ

О динамической фотограмметрии

УДК 528.7 531 I

В классической фотограмметрии аэроснимок рассматривается как мгновенная проекция местности, тождественная проекции, полученной при условии, что во время экспонирования фотокамера была неподвижна. В действительности аэрофотосъемка выполняется с подвижного и не вполне устойчивого аппарата, а экспонирование длится конечное время. Поэтому процесс центрального проектирования протекает в динамических условиях, вследствие чего и оптическое изображение в аэрофотоаппарате (первичная проекция местности) подвижно, т. е. сама проекция динамична. Во время экспонирования из динамичной проекции выхватывается некоторый интервал ее фаз, которые запечатлеваются фотографически. Чем уже этот интервал, тем ближе аэроснимок к мгновенной или статической проекции, чем он шире, тем более заметно влияние динамических условий. На аэроснимках, полученных аэрофотоаппаратом с центральным затвором, следствием их является смаз, вызывающий нерезкость изображения. Если применяется шторно-щелевой затвор, то кроме смаза возникнут еще геометрические искажения аэроснимка, так как в разных его частях будут запечатлены существенно разные фазы динамичной проекции.

Динамические условия проектирования оказывают влияние и на изобразительные. и на измерительные свойства аэроснимков, ухудшая их качество по сравнению со снимками, получаемыми в статических условиях. Динамичность оптического изображения в аэрофотоаппарате тем заметнее, чем больше скорость и меньше высота полета. Поэтому применение скоростных самолетов и укрупнение масштабов аэрофотосъемки заставляют учитывать динамический характер съемки.

Классическая фотограмметрия оперирует лишь тремя измерениями. Динамическая фотограмметрия, основанная на законах движения оптического изображения в аэрофотоаппарате, использует еще четвертое измерение — время.

1. Движение точек оптического изображения в аэрофотоаппарате

Исходными зависимостями динамической фотограмметрии являются дифференциальные уравнения движения оптического изображения в аэрофотоаппарате. Они определяют частные скорости перемещения точек изображения по осям координат снимка под влиянием поступательных и вращательных движений фотокамеры. Интегрируя дифференциальные уравнения, можно получить уравнения траекторий таких частных движений.

Примем следующие обозначения:

x, y — мгновенные координаты точки оптического изображения в системе oxy, реализуемой координатными метками кадрового окна аэрофотоаппарата;

f — фокусное расстояние аэрокамеры;

H — высота центра проекции над точкой местности, изображение которой имеет координаты x, y;

α — угол наклона аэрокамеры;

$\varkappa$ — угол разворота системы координат oxy относительно системы $o'x'y'$, в которой осями абсцисс и ординат служат соответственно главные горизонталь и вертикаль картинной плоскости;

W_G и W_H — горизонтальная и вертикальная скорости самолета соответственно;

γ — угол между плоскостью главного вертикала и вектором W_G;

ω_x, ω_z, ω_y — скорости вращения аэрокамеры вокруг осей ox, oy и главного луча объектива;

t — текущее время.

Тогда уравнения траекторий движения точек оптического изображения можно записать так:

$$\left.\begin{aligned} x_{W_G} &= \frac{x_1 + \dfrac{W_G t}{H} f k_1 (\cos\gamma\cos\varkappa - \cos\alpha\sin\gamma\sin\varkappa)}{1 - \dfrac{W_G t}{H} k_1 \sin\alpha\sin\gamma}; \\ y_{W_G} &= \frac{y_1 + \dfrac{W_G t}{H} f k_1 (\cos\gamma\sin\varkappa + \cos\alpha\sin\gamma\cos\varkappa)}{1 + \dfrac{W_G t}{H} k_1 \sin\alpha\sin\gamma}; \end{aligned}\right\} \quad (1.1)$$

$$\left.\begin{aligned} x_{W_H} &= \frac{x_2 - f k_2 \left(1 - e^{\frac{W_H}{H} t}\right) \sin\alpha\sin\varkappa}{1 - k_2 \left(1 - e^{\frac{W_H}{H} t}\right) \cos\alpha}; \\ y_{W_H} &= \frac{y_2 + f k_2 \left(1 - e^{\frac{W_H}{H} t}\right) \sin\alpha\cos\varkappa}{1 - k_2 \left(1 - e^{\frac{W_H}{H} t}\right) \cos\alpha}; \end{aligned}\right\} \quad (1.2)$$

$$\left.\begin{aligned} x_{\omega_x} &= \frac{x_3 \sec(\omega_x t)}{1 - \dfrac{y_3}{f} \operatorname{tg}(\omega_x t)}; \\ y_{\omega_x} &= \frac{y_3 + f \operatorname{tg}(\omega_x t)}{1 - \dfrac{y_3}{f} \operatorname{tg}(\omega_x t)}; \end{aligned}\right\} \quad (1.3)$$

$$\left.\begin{aligned} x_{\omega_y} &= \frac{x_4 + f \operatorname{tg}(\omega_y t)}{1 - \dfrac{x_4}{f} \operatorname{tg}(\omega_y t)}; \\ y_{\omega_y} &= \frac{y_4 \sec(\omega_y t)}{1 - \dfrac{x_4}{f} \operatorname{tg}(\omega_y t)}; \end{aligned}\right\} \quad (1.4)$$

$$\left.\begin{aligned} x_{\omega_z} &= x_5 \cos(\omega_z t) - y_5 \sin(\omega_z t); \\ y_{\omega_z} &= x_5 \sin(\omega_z t) + y_5 \cos(\omega_z t), \end{aligned}\right\} \quad (1.5)$$

где x, y — текущие координаты точки оптического изображения;

x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4, x_5, y_5 — ее координаты в начальные фазы каждого частного перемещения.

Подстрочные значки у членов левой части уравнений (1.1)—(1.5) показывают, функцией каких аргументов они являются.

В формулах (1.1) и (1.2)

$$k_1 = \cos\alpha - \frac{-x_1 \sin\varkappa + y_1 \cos\varkappa}{f} \sin\alpha;$$

$$k_2 = \cos\alpha - \frac{-x_2 \sin\varkappa + y_2 \cos\varkappa}{f} \sin\alpha.$$

Выражения (1.1), (1.2) представляют собой уравнения прямых (1.3), (1.4) — гипербол, (1.5) — окружности. Из уравнений (1.1) — (1.5) легко получить формулы частных приращений координат, как функций времени.

2. Пример использования зависимостей динамической фотограмметрии для решения практической задачи

Использование принципов динамической фотограмметрии покажем на примере фототриангулирования по снимкам, полученным аэрокамерой, имеющей шторно-щелевой затвор и устройство для компенсации сдвига изображения. Будем считать, что аэрофотосъемка плановая, аэрофотоаппарат гиростабилизирован, ориентирован осью ox по направлению полета и снабжен устройством, регистрирующим во времени положение щели затвора относительно системы oxy, а также скорость компенсации сдвига; самолет управляется автопилотом. В этом случае

$$\gamma = -\varkappa \pm i_y,$$

где $i_y \approx 0$ — угол сноса.

По малости α и i_y можно принять $\sin\gamma \approx -\sin\varkappa$; $\cos\gamma \approx \cos\varkappa$; $\sin\alpha \approx \alpha$; $\cos\alpha \approx 1$; $\sin(\gamma+\varkappa) \approx i_y$; $\cos(\gamma+\varkappa) \approx 1$. Кроме того, поскольку угловые колебания аэрофотоаппарата малы, то $\omega_x t$, $\omega_y t$, $\omega_z t$ близки к нулю. Величина W_H для нашего случая также мала. Следовательно, упомянутые частные приращения координат из-за вращений и вертикальных перемещений — малые величины. С учетом изложенного напишем обобщенные параметрические уравнения движения точек оптического изображения, сделав преобразования в формулах (1.1) — (1.5), отбросив члены высших порядков малости и суммировав результат

$$x = x_1 + \frac{W_G t}{H} f + \left[\frac{W_H}{H} x_1 + \frac{W_G}{H}\left(2x_1\alpha_y - y_1\alpha_x + \frac{W_G t}{H} f\alpha_y\right) + \frac{x_1 y_1}{f}\omega_x + \left(f + \frac{x_1^2}{f}\right)\omega_y - y_1\omega_z \right] t; \qquad (2.1)$$

$$y = y_1 + \left[\frac{W_H}{H} y_1 + \frac{W_G}{H}(f i_y + y_1\alpha_y) + \left(f + \frac{y_1^2}{f}\right)\omega_x + \frac{x_1 y_1}{f}\omega_y + x_1\omega_z \right] t, \qquad (2.2)$$

где x_1, y_1 — координаты точки оптического изображения в начальной фазе, которая ввиду малости указанных приращений принята одинаковой для всех частных движений;

$\alpha_x = \alpha\cos\varkappa$, $\alpha_y = \alpha\sin\varkappa$ — проекции абсолютного угла наклона аэрокамеры на плоскости, перпендикулярные осям ox и oy аэрофотоаппарата соответственно.

Процесс съемки аэрофотоаппаратом со шторно-щелевым затвором распадается на три периодически повторяющихся цикла.

Первый цикл — экспонирование некоторой точки снимка — характеризуется выдержкой $t_в$, которая отсчитывается от момента появления данной точки на краю щели затвора до момента ее исчезновения под противоположным краем.

Второму циклу — сканированию кадра щелью затвора — соответствует интервал сканирования $t_с$, который отсчитывается от момента пересечения серединой щели главной точки кадрового окна до момента прохождения середины щели через данную точку оптического изображения. В главной точке фаза динамичной проекции принимается за начальную для данного аэроснимка.

Третий цикл протекает между средними моментами экспонирования идентичных точек на соседних аэроснимках. Ему соответствует интервал фотографирования $t_и$.

Во всех трех циклах оптическое изображение в аэрофотоаппарате двигается при плановой съемке по закону, выраженному уравнениями (2.1), (2.2).

Ввиду крайней малости выдержки $t_в$ закон движения оптического изображения в первом цикле выражается зависимостью

$$\left.\begin{aligned} x_в &= x_1 - \frac{W}{H} f t; \\ y_в &= y_1. \end{aligned}\right\} \tag{2.3}$$

Для компенсации смаза оптическому изображению сообщают дополнительное движение по закону

$$x_к = x_1 + v t_в, \tag{2.4}$$

где v — скорость компенсации, которую стараются сделать

$$v = -\frac{W}{H} f. \tag{2.5}$$

Суммируя выражения (2.3) и (2.4), получаем

$$x_{ср} = \frac{x_в + x_к}{2} = x_1 + \delta x_к, \tag{2.6}$$

где

$$\delta x_к = \Delta v t_в; \tag{2.7}$$

$$\Delta v = \frac{W}{H} f + v; \tag{2.8}$$

$\delta x_к$ — линейная декомпенсация (остаточный смаз изображения);

Δv — скоростная декомпенсация, возникающая вследствие неточного соблюдения условия (2.5).

При компенсации сдвига изображения в правую часть выражения (2.1) добавляется еще один член

$$\Delta x_v = v t. \tag{2.9}$$

Следовательно, из уравнения (2.1), сделав преобразование с учетом зависимостей (2.8), (2.9) аналогично равенствам (2.6), (2.7), получим

$$x = x_1 + \left[\frac{W}{H}\left(2x_1\alpha_y - y_1\alpha_x + \frac{Wt}{H} f\alpha_y\right) + \frac{W_H}{H} x_1 + \right.$$
$$\left. + \frac{x_1 y_1}{f}\omega_x + \left(f + \frac{x_1^2}{f}\right)\omega_y - y_1\omega_z + \Delta v\right] t. \tag{2.10}$$

Выражение (2.10) в совокупности с уравнением (2.2) представляют собой параметрические уравнения движения оптического изображения в аэрофотоаппарате во время компенсации сдвига (для плановой съемки).

Члены, стоящие в формулах (2.10) и (2.2) в квадратных скобках (обозначим их соответственно δx_c и δy_c), характеризуют искажения снимка. Величины δx_c и δy_c малы. Если, например, $f=500$ *мм*, $H=1000$ *м*, $W_G=150$ *м/сек*, $t_c=0{,}02$ *сек*, а средние квадратические значения случайных параметров колебаний и ориентации самолета и точности компенсации составляют $W_H=\pm 0{,}1$ *м/сек*, $\omega_{x,y,z}=\pm 0^\circ{,}01$ *сек*$^{-1}$, $\alpha_{x,y}=i_y=\pm 15'$, $\Delta v=\pm 1\%\, W_G$, то на краю аэроснимка формата 18×18 *см* значения δx_c, δy_c не превышают 0,02 *мм*. Отсюда следует, что при компенсации сдвига изображения аэроснимки, получаемые аэрофотоаппаратом со шторно-щелевым затвором, мало отличаются от аэроснимков, которые дает аэрофотоаппарат с центральным затвором. Для краткости будем в дальнейшем называть первые аэроснимки «а», вторые «б».

Задачу фототриангулирования по аэроснимкам «а» решаем последовательными приближениями. В первом приближении примем δx_c и δy_c равными нулю. Попутно заметим, что если компенсация сдвига не производится, то снимки «а» можно в первом приближении привести к снимкам «б», введя в абсциссы поправки

$$\delta x_{W_G} = -\frac{f W_G}{H} t_c, \tag{2.11}$$

где W_G и H — средние значения путевой скорости и истинной высоты полета, взятые из бортжурнала;

t_c — показания устройства, регистрирующего работу затвора.

С позиций динамической фотограмметрии стереопара представляет собой две фазы динамичной проекции, запечатленные на левом и правом снимках через интервал $t_и$ времени. Разница в фазах левого и правого снимков проявляется в разности координат идентичных точек изображения на этих снимках, т. е. в параллаксах p и q. Значения p и q получим из формул (2.1) и (2.2), подставив $t_и$ вместо t и заменив $\omega_x t_и = \Delta\omega$, $\omega_y t_и = \Delta\alpha$, $\omega_z t_и = \Delta\varkappa$, $W_G t_и = \Delta X$, $W_G t_и i_y = \Delta Y$, $W_H t_и = \Delta H$, $\frac{f}{H} = \frac{1}{m}$, $\frac{\Delta X}{m} = b$. Ввиду малости t_c под величиной $t_и$ в данном случае можно понимать интервал между моментами фотографирования главных точек левого и правого снимков.

$$p = x - x_1 = \frac{\Delta X}{m} + \frac{x_1 \Delta H}{fm} - \frac{b}{f}\left[y_1 \alpha_x - (2x_1 + b)\alpha_y\right] +$$

$$+ \left(f + \frac{x_1^2}{f}\right)\Delta\alpha + \frac{x_1 y_1}{f}\Delta\omega - y_1 \Delta\varkappa; \tag{2.12}$$

$$q = y - y_1 = \frac{\Delta Y}{m} + \frac{y_1 \Delta H}{fm} + \frac{y_1 b}{f}\alpha_y + \frac{x_1 y_1}{f}\Delta\alpha + \left(f + \frac{y_1^2}{f}\right)\Delta\omega + x_1 \Delta\varkappa, \tag{2.13}$$

где x, y и x_1, y_1 — координаты точки на правом и левом снимках;

α_x, α_y — абсолютные углы наклона левого снимка;

ΔX, ΔY, ΔH — изменения координат центра проекции за время $t_и$;

$\Delta\omega$, $\Delta\alpha$, $\Delta\varkappa$ — то же, углов α_x, α_y и разворот аэрофотоаппарата вокруг главного луча.

Положив в формулах (2.12) и (2.13) α_x, α_y равными нулю и обозначив

$$\frac{\Delta Y}{\Delta X} = i_y; \quad \frac{\Delta H}{\Delta X} = i_z$$

(наклон базиса фотографирования), после преобразования получим

$$p = b\left(1 + \frac{x_1}{f} i_z\right) + \left(f + \frac{x_1^2}{f}\right)\Delta\alpha + \frac{x_1 y_1}{f}\Delta\omega - y_1 \Delta\varkappa; \tag{2.14}$$

$$q = b\left(i_y + \frac{y_1}{f} i_z\right) + \frac{x_1 y_1}{f}\Delta\alpha + \left(f + \frac{y_1^2}{f}\right) + x_1 \Delta\varkappa, \tag{2.15}$$

где i_y, i_z, $\Delta\alpha$, $\Delta\omega$, $\Delta\varkappa$ — элементы взаимного ориентирования стереопары.

Далее обычным путем определяем элементы взаимного ориентирования i'_y, i'_z, $\Delta\alpha'$, $\Delta\omega'$, $\Delta\varkappa'$, строим пространственную сеть, проводим геодезическое ориентирование и находим в первом приближении абсолютные углы наклона α'_x, α'_y каждого аэроснимка сети и приращения координат ΔX, ΔY, ΔH центров проектирования на моменты экспонирования главных точек. Во втором приближении в измеренные по снимкам координаты точек вводятся поправки:

$$\sigma_x' = -\left[\frac{W_G'}{H}\left(2x_1\alpha_y' - y_1\alpha_x' + \frac{W_G t_c}{H} f\alpha_y'\right) + \frac{W_H'}{H} x_1 + \right.$$

$$\left. + \frac{x_1 y_1}{f}\omega_x' + \left(f + \frac{x_1^2}{f}\right)\omega_y' - y_1\omega_z' - \Delta v'\right] t_c; \qquad (2.16)$$

$$\sigma_y' = -\left[\frac{W_G'}{H}(fi_y' + y_1\alpha_y') + \frac{W_H'}{H} y_1 + \left(f + \frac{y^2}{f}\right)\omega_x' + \right.$$

$$\left. + \frac{x_1 y_1}{f}\omega_y' + x_1\omega_z'\right] t_c; \qquad (2.17)$$

$$W_G' = \frac{\Delta X}{t_и}; \qquad (2.18)$$

$$W_H' = \frac{\Delta H}{t_и}; \qquad (2.19)$$

$$\omega_x' = \frac{\Delta\omega'}{t_и}; \qquad (2.20)$$

$$\omega_y' = \frac{\Delta\alpha}{t_и}; \qquad (2.21)$$

$$\omega_z' = \frac{\Delta\varkappa'}{t_и}; \qquad (2.22)$$

$$\Delta v' = \frac{f W_G' t_c}{H} - v. \qquad (2.23)$$

Смысл выражений (2.18), (2.19), (2.23) очевиден, но формулы (2.20), (2.21), (2.22) требуют пояснения. Они отражают средние значения скоростей угловых колебаний аэрофотоаппарата в цикле интервала времени $t_и$. Их можно распространить и на цикл t_c. Аэрофотоаппарат на гироустановке совершает только длиннопериодические колебания (подобные фугоиде самолета, но меньшие по амплитуде). Поэтому угловые скорости изменяются медленно и, будучи найденными в цикле $t_и$, правомерны и для t_c. Более точно угловые скорости колебаний аэрофотоаппарата в моменты экспонирования найдем, построив функции $\Delta\omega(t)$, $\Delta\alpha(t)$, $\Delta\varkappa(t)$ и беря производные в нужных точках.

После введения поправок повторяем вычисления, а затем выполняем новые приближения, вводя каждый раз поправки по формулам (2.16)—(2.23) до тех пор, пока их разности из соседних приближений будут менее заданной точности измерения координат.

Как и во всякой фототриангуляции, использование элементов ориентации и стабилизации, измеренных в полете, уменьшает число приближений и снижает быстроту накоплений погрешностей в сети. В данном случае полезно иметь на самолете допплеровский измеритель скорости и угла сноса, датчики угловых скоростей колебаний, статоскоп, радиовысотомер. Если регистрировать их показания синхронно с затвором, то уже в первом приближении можно вводить поправки σ_x и σ_y по формулам (2.16), (2.17), в которых лишь α_x и α_y принимаются равными нулю.

Здесь рассмотрен простейший пример практического приложения принципов динамической фотограмметрии, характеризуемых уравнениями траекторий движения изображения в аэрофотоаппарате. Уже этот пример показывает, что динамическая фотограмметрия стирает границу между нетопографическими и топографическими аэрофотоаппаратами. Таким образом, основные формулы классической стереофотограмметрии (2.12), (2.13), (2.14), (2.15) получаются из зависимостей динамической фотограмметрии как частный случай. Можно показать, что подобным образом выводятся и все другие зависимости классической фотограмметрии.

Уравнения (1.1)—(1.5) являются универсальными и строгими. Они могут быть положены в основу геометрического анализа фотографий местности, получаемых с разных носителей при помощи фотоаппаратов различных типов, в том числе панорамных и щелевых.